Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
8 марта 2026 г.
7 класс

1. Два друга направляются на Всесибирскую олимпиаду. Первый утверждает, что на машине можно неспешно добраться до Академгородка, и даже потратить время $\boldsymbol{\tau}$ на короткий перекус в кафе. Второй же заявил, что на электричке ехать гораздо быстрее и удобнее, хоть и придется потратить время $\boldsymbol{t_2}$ на дорогу от остановки до университета. С какой минимальной скоростью придется идти второму другу, если известно, что поезд, двигаясь со скоростью $\boldsymbol{v_n}$, тратит время $\boldsymbol{t_1}$ на движение от станции до станции. Друзья стартуют одновременно, скорость автомобиля $\boldsymbol{v_a}$. Само собой, оба друга, стартовав из одной точки, успели вовремя и одновременно. Железнодорожные пути расположены параллельно автомобильной дороге, равно как и тротуар до университета.

Возможное решение:

Не нарушая общности, пусть первый товарищ даст фору и сначала перекусит. Тогда, пройденное им расстояние:

$$S = v_a(t - T)$$

Где $t = t_1 + t_2$- общее время пути

С другой стороны, коль скоро по условию пройденные пути одинаковые, также запишем уравнение движения для второго товарища:

$$S = v_п t_1 + v t_2$$

Приравняв оба пути и выразив v, получаем ответ:

$$v = \frac{v_a(t_1 + t_2 - T) - v_п t_1}{t_2}$$

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Пройденный автомобилем путь	$S = v_a(t - T)$	2 балла
Путь второго товарища	$S = v_п t_1 + v t_2$	2 балл
Общее время пути	$t = t_1 + t_2$; $(t_1 + t_2 - T)$	2 балла
Равенство пройденных путей		1 балл
Ответ	$v = \frac{v_a(t_1 + t_2 - T) - v_п t_1}{t_2}$	3 балла

2. Швейная машинка подает нитку с катушки с постоянной скоростью. Замечено, что радиус намотки нитки на катушку уменьшился в $\boldsymbol{k}$ раз за время $\boldsymbol{t}$. За какое время $\boldsymbol{T}$ после этого радиус намотки еще раз уменьшится в $\boldsymbol{k}$ раз? Считайте, что нитка сматывается по сечению катушки также равномерно. Справка: возможно будет полезна формула площади окружности: $S = \pi r^2$, где r – радиус окружности, а $\pi \approx 3{,}14$.

Возможное решение:

Пусть начальный радиус – $k^2 r$, затем он уменьшается до kr, а площадь намотки уменьшится на

$$\Delta S = \pi(k^4 r^2 - k^2 r^2) = \pi k^2 (k^2 - 1) r^2.$$

С другой стороны, $\Delta S = Vtd$, где V – скорость подачи нитки, d – толщина нитки. Отсюда:

$$\pi k^2 (k^2 - 1) r^2 = Vtd \qquad (1)$$

Далее радиус намотки еще раз уменьшается в k раз: был kr, стал r. Аналогично имеем:

$$\pi (k^2 - 1) r^2 = VTd \qquad (2)$$

Делим уравнения (1) и (2) друг на друга:

$$k^2 = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{t}{k^2}$$

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
ΔS через радиус	$\Delta S = \pi k^2 (k^2 - 1) r^2$	3 балла
ΔS через скорость	$\Delta S = Vtd$	1 балл
$\pi k^2 (k^2 - 1) r^2 = Vtd \qquad (1)$		2 балла
$\pi (k^2 - 1) r^2 = VTd \qquad (2)$		2 балла
Ответ	$T = \frac{t}{k^2}$	2 балла

3. В цилиндрический сосуд налита вода. В нее опускают деталь, которая состоит из двух спаянных кубиков с ребрами $\boldsymbol{a}$ = 2 см и $\boldsymbol{b}$ = 4 см. Плотность материала кубика с меньшим ребром $\boldsymbol{\rho_1} = 4000 \text{кг/м}^3$, с большим ребром $\boldsymbol{\rho_2} = 500 \text{кг/м}^3$. Опишите положение равновесия детали (какой из кубов направлен вниз, плавает/нет, какая часть общего объема над водой). Как изменится уровень воды, если площадь дна $\boldsymbol{S} = 100$ см?

Возможное решение:

Чтобы понять будет тело плавать или нет, найдем его среднюю плотность

$$V_1 = a^3;\ V_2 = b^3$$

$$M_1 = \rho_1 V_1;\ M_2 = \rho_2 V_2$$

$$\rho_{\text{ср}} = \frac{M_1 + M_2}{V_1 + V_2} = 0{,}89\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3} < \rho_{\text{в}}$$

Тогда, раз тело плавает, то оно будет погружено на 89% своего объема. Рассмотрим взаимное расположение кубиков в воде. Для этого выясним, где у системы находится центр масс и центр плавучести (центр масс вытесненной фигуры жидкости). Из равенства сил Архимеда и тяжести можно получить, что объем вытесненной воды равен 64 см^3. Центр масс двух спаянных кубов можно рассчитать по следующей формуле

$$Z_m = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{M} = \frac{\rho_1 S_1 a \frac{a}{2} + \rho_2 S_2 b (a + \frac{b}{2})}{\rho_1 S_1 a + \rho_2 S_2 b}$$

z_1 и z_2 – координаты центра масс каждого из кубов по отдельности

Центр масс вытесненной фигуры с плотностью равной плотности воды можно найти аналогичным способом:

$$Z = \frac{S_1 a \frac{a}{2} + S_2 (h - a) \frac{a + h}{2}}{S_1 a + S_2 (h - a)} = \frac{1}{2} \frac{S_1 a^2 + S_2 (h^2 - a^2)}{S_1 a + S_2 (h - a)}$$

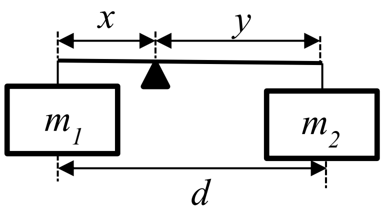
Где h-a – высота погружения верхнего кубика, если нижний погружен полностью. (a+h)/2 – центр масс погруженной части верхнего кубика. Рассчитав обе величины получим, что если кубик с плотностью 500 кг/м^3 находится снизу, то h=4 см, Z=h/2 = 2см, а центр масс тела находится на высоте 3,5 см от дна – получаем неустойчивое положение.

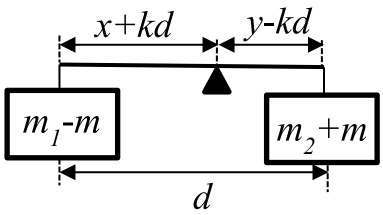
В другом случае, h = 5,5 см, Z = 3,41 см, Z_m = 2,5см. Следовательно $Z_m < Z$ – положение устойчиво. Уровень воды поднимется на: $\Delta h = \frac{V_{\text{выт}}}{S} = 0{,}64$ см

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Рассчитана средняя плотность тела	$\rho_{\text{ср}} = \frac{M_1 + M_2}{V_1 + V_2}$	2 балла
Записана формула для центра масс в общем виде	$Z_m = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{M}$	1 балл
Записана формула для центра масс тела	$Z_m = \frac{\rho_1 S_1 a \frac{a}{2} + \rho_2 S_2 b (a + \frac{b}{2})}{\rho_1 S_1 a + \rho_2 S_2 b}$	2 балла
Записана формула для центра масс вытесненной воды	$Z = \frac{1}{2} \frac{S_1 a^2 + S_2 (h^2 - a^2)}{S_1 a + S_2 (h - a)}$	2 балла
Сделан вывод о устойчивом положении фигуры	Если кубик с плотностью 4000 кг/м3 находится снизу положение устойчиво	2 балла
Получен ответ для изменения уровня воды	$\Delta h = \frac{V_{\text{выт}}}{S} = 0{,}64$ см	1 балл

4. Имеется $\boldsymbol{N}$ одинаковых гвоздей. Гвозди насыпают в две банки, которые затем уравновешивают на неравноплечных весах. Расстояние между банками равно $\boldsymbol{d}$. Конкретное значение $\boldsymbol{d}$ – неизвестно. Сколько гвоздей нужно переложить из первой банки во вторую, чтобы можно было подвинуть опору весов в сторону второй банки на расстояние $\boldsymbol{kd}$ ($\boldsymbol{k}$ < 1) при условии сохранения равновесия?

Возможное решение:





Все обозначения введены на рисунке.

Условия равновесия для первой ситуации (сразу сократили на g):

$$m_1 x = m_2 y$$
$$x + y = d$$

Равновесие для второй ситуации:

$$(m_1 - m)(x + kd) = (m_2 + m)(y - kd)$$

Объединяем все три уравнения в систему и решаем:

$$kd(m_1 + m_2) = m(x + y) = md$$

Откуда:

$$k(m_1 + m_2) = m$$

Пусть масса одного гвоздя m_0, l – количество переложенных гвоздей, тогда очевидны соотношения:

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = m_0 N \\ m = m_0 l \end{cases}$$

Подставляем:

$$k m_0 N = m_0 l$$

Откуда искомое количество гвоздей:

$$l = kN$$

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Условия равновесия для первой ситуации	$m_1 x = m_2 y$ $x + y = d$	3 балла
Равновесие для второй ситуации	$(m_1 - m)(x + kd) = (m_2 + m)(y - kd)$	3 балл
Соотношение на массы	$k(m_1 + m_2) = m$	2 балла
Ответ	$l = kN$	2 балла